

APELLIDOS _____ NOMBRE _____ GRUPO _____

- Definición de clausura lineal. Probar que $S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + 2z + 2t = 0, z + t = 0, x + y + 3z + 3t = 0\}$ es $\mathcal{L}\mathcal{V}$ y hallar una base. (1 P.)
- Definición de núcleo e imagen de una aplicación lineal. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la aplicación tal que $f(1, 1) = (1, 1, 1)$ y $f(2, 1) = (1, 1, 2)$. Hallar $\text{Ker } f$ e $\text{Im } f$. Estudiar si es inyectiva, suprayectiva, biyectiva. (2 P.)
- Definición de matriz diagonalizable. Diagonalizar ortogonalmente la matriz (2 P.)

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

- Hallar la ecuación reducida de la forma cuadrática $5x^2 - 4xy + 2xz + 2y^2 - 4yz + 3z^2$. (1 P.)
- De un triángulo isósceles de área $\frac{3\sqrt{3}}{2}u^2$ se sabe que tiene un vértice en $A(1, 4, 5)$ y que el lado desigual sobre la recta $r \equiv \begin{cases} x = 4 + \lambda \\ y = 7 \\ z = 5 - \lambda \end{cases}$. Hallar los restantes vértices. (1,5P)

- Completar el cuadro, indicando además qué hay en cada punto, y representar gráficamente la curva (1,5P)

	-1		0		1
$x(t)$	∞	-	0	-	∞
$y(t)$	$-3/4$		-2		∞
$x'(t)$	∞	+	0	-	∞
$y'(t)$	$-1/2$		-3	-	∞
dy/dx					∞

- Cálculo de la torsión de la hélice $r(t) = (3 \cos(t), 3 \sin(t), 4t)$. (1 P.)