Matemáticas II Grado en Ingeniería Mecánica 21–6–2012

APELLIDOS ______________________ NOMBRE ____________ GRUPO____________

1. Definición de base de un espacio vectorial. Razonar si alguno de los siguientes sistemas es base de $I\!R^3$ (1 P.)

   (a) $A = ((1,1,1),(0,1,2),(2,3,1),(-1,-1,2))$,

   (b) $B = (1,0,1),(0,1,0))$,

   (c) $C = ((1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0))$.

2. Definición de núcleo e imagen de una aplicación lineal. Sea $f : I\!R^3 \to I\!R^3$ la aplicación tal que $f(1,1,1) = (1,1,2)$, $f(2,1,1) = (1,2,1)$ y $f(2,2,1) = (2,1,1)$. Hallar su matriz coordenada respecto de la base canónica de $I\!R^3$. (2 P.)

3. Elegir una de estas dos opciones: (1 P.)

   (a) Probar que, para todo $n \in I\!N$, $\lambda = 0$ es valor propio de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} n & n+1 & n+2 & n+3 \\ n+4 & n+5 & n+6 & n+7 \\ n+8 & n+9 & n+10 & n+11 \\ n+12 & n+13 & n+14 & n+15 \end{pmatrix}$$

   (b) Ecuación reducida de la forma cuadrática $2x^2 - 4xy + 2xz + y^2 - 4yz + 3z^2$.

4. Definición de matrices congruentes. Diagonalizar ortogonalmente $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ (2 P.)

5. Hallar la ecuación del plano que pasa por $A(1,0,0)$ y $B(0,2,0)$ y que corta al eje OZ en un punto C tal que el área del triángulo ABC es $6^{1/2}u^2$. (1P)

6. Completar todas las casillas que sean posibles en el cuadro y representar la curva, indicando en la gráfica qué hay en cada punto y el parámetro para el que se obtiene (1,5P)

	0		1		2
$x(t)$	∞		1		0
$y(t)$	2		1		∞
$x'(t)$	∞	$-$	0		-3
$y'(t)$	-3		0	$+$	∞
dy/dx			∞		

7. Torsión de la curva $\gamma \equiv r(t) = (t^3 + \alpha\, t^2, 3t^3 - t, 5 - t)$. Hallar el valor de α para el que γ es plana y obtener la ecuación del plano que la contiene. (1,5 P)