

Matemáticas II. Grado en Ingeniería Mecánica.

1. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & m \end{pmatrix}$. (0,5+0,75+0,75 puntos)

- (a) Obtener, según los valores de m , las matrices $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ tales que $AB = \mathcal{O}$, siendo \mathcal{O} la matriz nula.
- (b) Demostrar que, para todo $m \in \mathbb{R}$, el conjunto de las matrices B es un subespacio vectorial de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
- (c) Hallar, en función del valor de m , una base del subespacio del apartado anterior y su dimensión.

2. Definición de aplicación inyectiva. Razonar si se puede encontrar una aplicación lineal $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $\ker f = \{(x+y, y, x-y) \mid x, y \in \mathbb{R}\}$ y $\text{Im } f = \mathbb{R}^2$.
(1,5 puntos)

3. Definición de endomorfismo diagonalizable. Dada la matriz

$$E = \begin{pmatrix} a & 2 & 2 \\ 2 & a & 2 \\ 2 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

(0,5+1+1 puntos)

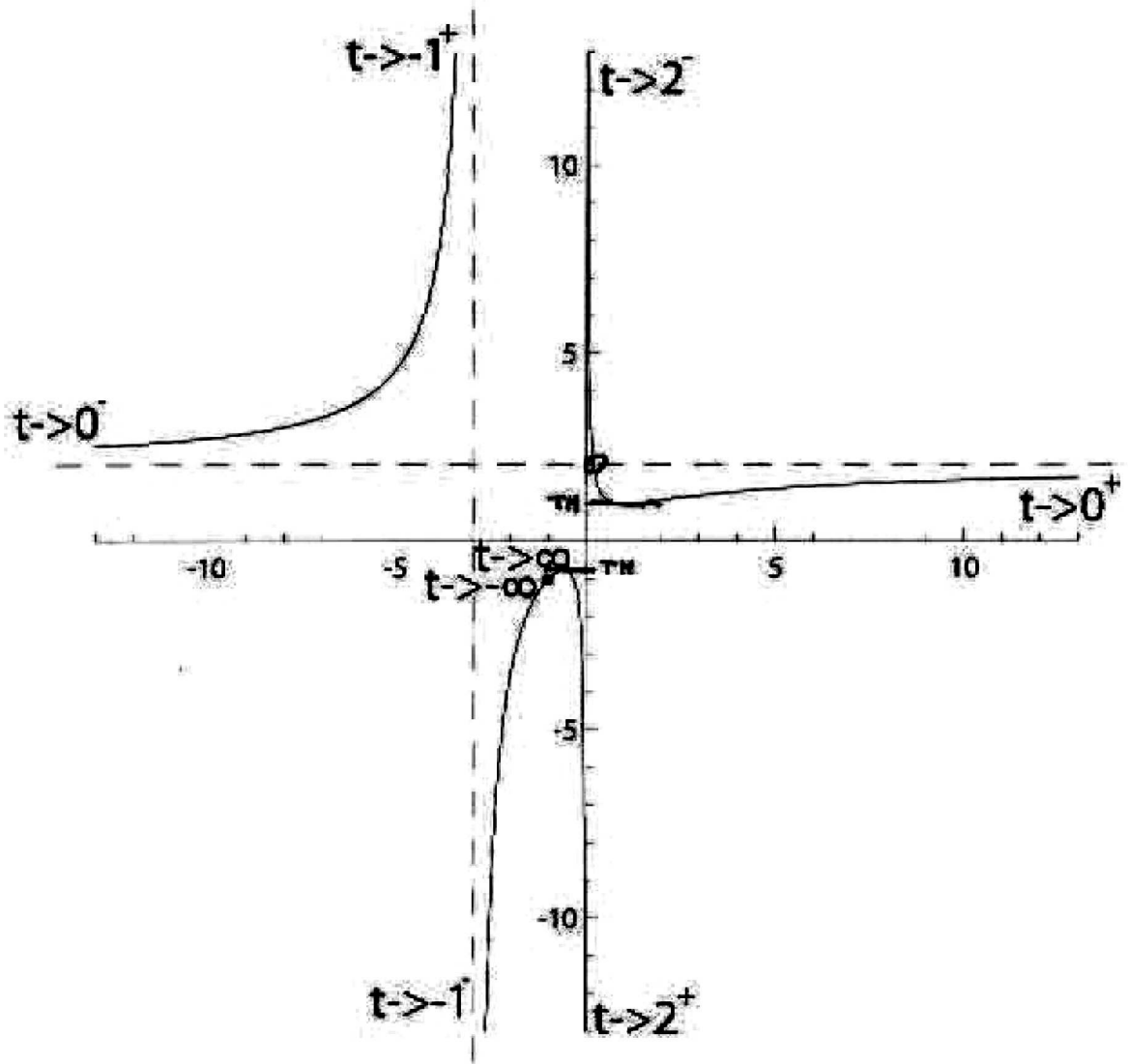
- (a) Determinar los valores de a para los que la matriz E es diagonalizable.
- (b) Para la matriz E anterior, con $a = 2$, calcular la matriz diagonal semejante a E , así como la matriz de cambio de base.
- (c) Para la matriz E anterior, con $a = 2$, calcular una matriz P ortogonal tal que

$$P^T E P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Dada la curva $\gamma(t) = (t^2 + 1, 2t, t(t-1))$, hallar el valor de t en el que la recta tangente a la curva es paralela a la recta $r \equiv \frac{x-4}{2} = \frac{y+1}{6} = \frac{z-1}{-1}$. ¿Cuál es la posición relativa de ambas rectas?
(1,5 puntos)

5. A la vista de la siguiente representación de una curva:

(2+0,5 puntos)



(a) Completa lo máximo posible la siguiente tabla e indica tanto en la figura como en la tabla qué hay en cada lugar.

				1		5	
$x(t)$							
$y(t)$							
$x'(t)$							
$y'(t)$							
dy/dx							

(b) Marca en la figura los puntos de inflexión y los cortes de la curva con las asíntotas. Da un valor lo más aproximado posible de las coordenadas de dichos puntos y de los valores del parámetro en los que se alcanzan.