Escuela de Ingeniería y Arquitectura
Dpto. de Matemática Aplicada

Matemáticas II

GRADO DE INGENIERÍA MECÁNICA. GRUPO 515

7 de febrero de 2013 — Primera convocatoria

Ejercicio 1

¿Verdadero o falso?

a) El conjunto $\{A \in M_n(\mathbb{R}) \mid \operatorname{rang} A = 1\}$ es subespacio vectorial del espacio $M_n(\mathbb{R})$.

b) El sistema $\{v_1 = (0,1,1), v_2 = (2,-1,\lambda), v_3 = (\lambda,0,1)\}$ es base de $\mathbb{R}^3$ para cualquier valor de λ.

c) La aplicación $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, dada por $f(x,y) = (x+1, y+1)$, es lineal.

d) Si una matriz $A \in M_n(\mathbb{R})$ es simétrica, definida positiva y ortogonal, entonces A es la matriz I_n.

(0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 ptos)

Ejercicio 2

Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2-a & 2a & 0 & 0 \\ -a/2 & 2+a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2-a & a \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

(1 + 1 ptos)

a) Estudiar para qué valores del parámetro a, la matriz A es diagonalizable.

b) Para los valores de a obtenidos en el apartado anterior, hallar una matriz P regular tal que $P^{-1}AP$ sea diagonal.

Ejercicio 3

Sea $Q : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la forma cuadrática de expresión coordenada X^TAX con respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^2$, donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Obtener una matriz P ortogonal tal que P^TAP sea diagonal. *(1 + 1 ptos)*

b) Dar el rango y la signatura de Q. ¿Es Q definida positiva?

Ejercicio 4

Se considera la curva de ecuaciones $x(t) = t^3,\ y(t) = t,\ z(t) = \dfrac{\sqrt{6}}{2}t^2.$

a) Hallar las coordenadas del punto de la curva en el que el plano osculador es perpendicular a la recta

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-\sqrt{6}}.$$

(1 + 1 ptos)

b) Calcular la curvatura y la torsión de la curva para $t = 1$.

Ejercicio 5

Se considera la curva plana de ecuaciones $x(t) = \dfrac{1-t^2}{1+t^2},\ y(t) = \dfrac{t^3}{1+t^2}.$

(1 + 1 ptos)

a) Escribir la tabla de variaciones.

b) Representar gráficamente la curva.